

# ВОПРОСЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ МОНОЛИТНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПОЛОВ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ АРМАТУРЫ

Низкая прочность бетона на растяжение и малая растяжимость до разрыва являются его существенными недостатками. Удлинение бетона в момент его разрушения при разрыве составляет около 0,15 мм/м. При таком удлинении напряжения в стержневой арматуре достигают примерно 30 МПа. Поэтому еще задолго до полного исчерпания несущей способности арматуры в растянутой зоне бетона появляются трещины. Для повышения трещиностойкости и увеличения долговечности в некоторых случаях оправданным является предварительное напряжение арматуры в несущих плитах промышленных полов.

Применение предварительно напряженного железобетона позволяет уменьшить толщину полов в 1,5–2 раза по сравнению с бетонными, а расход арматуры – в 2–3 раза по сравнению с обычными железобетонными полами, а также полы могут устраиваться в виде монолитных плит с минимальным количеством поперечных швов с повышенными вследствие этого эксплуатационными характеристиками.

Однако необходимо отметить, что наряду с отмеченными преимуществами предварительно напряженные полы имеют и ряд недостатков, наиболее существенными из которых являются сложность технологического оборудования и технологии производства работ, необходимость участия специально обученного высококвалифицированного персонала, а также применения повышенных мер по обеспечению техники безопасности.

Особенностью расчета и конструирования предварительно напряженных полов является то, что в общем случае они являются анизотропными, причем учет анизотропии имеет решающее значение для правильного принятия основных конструктивных параметров пола.

Ярко выраженной ортотропностью обладают одноосно-обжатые предварительно напряженные полы с поперечной ненапряженной арматурой. Поэтому в качестве расчетной в этих случаях принимается схема ортотропной плиты, лежащей на упругом основании.

Так как основным расчетным случаем является случай расположения нагрузки в центральных зонах плиты, то за основу может быть принят метод расчета бесконечной плиты неограниченных размеров.

Положение нагрузки на углу плиты или вблизи различных швов не является расчетным, так как эти участки предварительно напряженных плит должны иметь конструктивное усиление, обеспечивающее ее прочность не ниже прочности центральных полей.

Для учета эффективности тех или иных способов усиления краев и углов плит пола необходимо пользоваться экспериментальными и расчетными данными.

Основы теории изгиба тонких анизотропных плит были заложены в работах Геринга и Буссинеска. Большой вклад в развитие этой теории сделан Губером и С. Г. Лехницким. Б. С. Раевым-Богословским получено решение для ортотропной плиты, лежащей на упругом основании, основные расчетные формулы которого приводятся ниже.

Известно, что если плита ортотропна и направления осей  $x$  и  $y$  совмещены с главными направлениями упругости, то уравнение ее изогнутой поверхности можно записать в следующем виде:

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + cw = q(x, y) \quad (1)$$

где:

$$D_1 = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \mu_1 \mu_2)}; \quad D_2 = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \mu_1 \mu_2)}$$

$$D_3 = D_1 \mu_1 + 2D_k \quad D_k = Gh^3 / 12$$

$D_1, D_2, D^3$  – жесткости изгиба и кручения для главных направлений;

$c$  – коэффициент постели упругого основания;

$E_1, E_2$  – модули упругости;

$\mu_1, \mu_2$  – коэффициенты Пуассона;

$G$  – модуль сдвига для главных направлений.

Нагрузка на плиту пола прикладывается в пределах площади контакта вертикальной нагрузки, равномерно распределенной по следу малого радиуса.

Таким образом, задача сводится к решению уравнения (1) для случая загрузки плиты нагрузкой, распределенной по заданной контактной площади.



**Горб Александр Михайлович**  
ЗАО «СК Конкрит Инжиниринг».  
Директор.

Для упрощения решения задачи первоначально будем рассматривать изгиб прямоугольной плиты с размерами сторон  $a$  и  $b$ , с шарнирно опертыми краями. В этом случае решение уравнения (1) можно записать в виде двойного ряда Фурье:

$$w = \sum_m \sum_n a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

Нагрузка  $q=f(x, y)$ , приложенная к плите, может быть разложена в аналогичный ряд:

$$q = \sum_m \sum_n q_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3)$$

Если считать, что нагрузка распределена по площади прямоугольника с координатами  $\xi_1, \xi_2$  и  $\eta_1, \eta_2$ , то:

$$q_{mn} = \frac{4q}{mn\pi^2} \left( \cos \frac{n\pi\xi_2}{a} - \cos \frac{n\pi\xi_1}{a} \right) \times \left( \cos \frac{n\pi\eta_2}{b} - \cos \frac{n\pi\eta_1}{b} \right) \quad (4)$$

Произведя необходимые преобразования, решение уравнения (1) можно записать в виде:

$$w = \frac{1}{\pi^4} \sum_m \sum_n q_{mn} \times \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{D_1 \frac{m^4}{a^4} + 2D_3 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + D_2 \frac{n^4}{b^4} + \frac{c}{\pi^4}} \quad (5)$$

Изгибающие моменты в этом случае:

$$M_x = \frac{D_1}{\pi^2} \sum_m \sum_n q_{mn} \left( \frac{m^2}{a^2} + \mu_2 \frac{n^2}{b^2} \right) \times \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{D_1 \frac{m^4}{a^4} + 2D_3 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + D_2 \frac{n^4}{b^4} + \frac{c}{\pi^4}}$$

$$M_y = \frac{D_2}{\pi^2} \sum_m \sum_n q_{mn} \left( \frac{n^2}{b^2} + \mu_1 \frac{m^2}{a^2} \right) \times \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{D_1 \frac{m^4}{a^4} + 2D_3 \frac{m^2 n^2}{a^2 b^2} + D_2 \frac{n^4}{b^4} + \frac{c}{\pi^4}} \quad (6)$$

Полученные формулы являются общим решением прямоугольной ортотропной плиты с размерами  $a \times b$ , лежащей на упругом основании и нагруженной нагрузкой  $q$ , при условии, что ее края свободно оперты. Это решение имеет практическое значение для изучения работы плит, края которых опираются на мощные жесткие подкладки. Чтобы преобразовать полученные формулы для случая бесконечной плиты, достаточно принять  $a=b \geq 2\pi S$ , где  $S$  – упругая характеристика плиты,

равная  $S = \sqrt{\frac{4D}{c}}$ , а нагрузку расположить в ее центре.

Если ось  $x$  расположим вдоль направления жесткости  $D_1$  при  $D_1 > D_2$ , а нагрузку интенсивностью  $q$  приложим к центру плиты в пределах площади, ограниченной квадратом со стороной  $a$ , то в результате преобразования получим:

$$q_{mn} = \frac{16q}{mn\pi^2} (-1)^{(m+n)/2-1} \times \frac{\sin ma}{4S} \frac{\sin na}{4S} \quad (7)$$

при  $m=1, 3, 5 \dots$  и  $n=1, 3, 5 \dots$

Тогда для прогибов и изгибающих моментов непосредственно под нагрузкой формулы приобретают вид:

$$w = \frac{64D_1}{c} \sum_m \sum_n q_{mn} \times \frac{(-1)^{(m+n)/2-1}}{D_1 (64 + m^4) + 2D_3 m^2 n^2 + D_2 n^4}$$

$$M_x = 8D_1 \sqrt{\frac{D_1}{c}} \sum_m \sum_n q_{mn} \times \frac{(m^2 + \mu_2 n^2) (-1)^{(m+n)/2-1}}{D_1 (64 + m^4) + 2D_3 m^2 n^2 + D_2 n^4}$$

$$M_y = 8D_2 \sqrt{\frac{D_1}{c}} \sum_m \sum_n q_{mn} \times \frac{(n^2 + \mu_1 m^2) (-1)^{(m+n)/2-1}}{D_1 (64 + m^4) + 2D_3 m^2 n^2 + D_2 n^4} \quad (8)$$

при  $m=1, 3, 5 \dots$  и  $n=1, 3, 5 \dots$

В результате преобразования выражений (8) с использованием экспериментальных данных удалось получить простые зависимости для определения расчетных изгибающих моментов  $M_p$  в различных сечениях плиты по формуле:

$$M_p = M_{\max}^u k k_{x(y)} \quad (9)$$

где:

$M_{\max}^u$  – максимальный изгибающий момент при центральном нагружении плиты;

$k$  – переходной коэффициент от изгибающего момента при центральном нагружении к моменту при краевом нагружении плиты, принимаемый равным: для монолитных железобетонных предварительно напряженных плит с двухосным обжатием при определении расчетного момента в продольном направлении (для поперечных сечений плиты)  $k = 1,2$ ; для монолитных железобетонных предварительно напряженных плит с одноосным обжатием бетона, а также с двухосным обжатием бетона при определении расчетного момента в поперечном направлении (для продольного сечения плиты)  $k=1,0$ ;

$k_{x(y)}$  – коэффициент, учитывающий перераспределение внутренних усилий в ортотропных плитах покрытий с различной жесткостью  $D_x$  и  $D_y$  в продольном и поперечном направлениях; для изотропных плит с жесткостью  $D_x$  и  $D_y$   $k_{x(y)}=1,0$ .

Расчетным предельным состоянием для предварительно напряженных конструкций является предельное состояние по образованию трещин. В результате расчета должны быть определены толщина плиты, площадь поперечного сечения растянутой арматуры, величина предварительного напряжения в бетоне, при которых была бы полная гарантия отсутствия трещин в плите пола, т. е. чтобы предельное состояние не наступило.

В монолитных предварительно напряженных плитах с одноосным обжатием в процессе эксплуатации допускаются продольные трещины, с возникновением которых жесткость плит в поперечном направлении снижается. Плита становится ортотропной, изгибающий момент в продольном направлении возрастает, а в поперечном убывает в сравнении с изотропной плитой. Для плит, имеющих предварительное напряжение в одном направ-

лении (продольном), а в другом направлении (поперечном) армированной ненапряженной арматурой в различных направлениях плиты, жесткость будет различная. Жесткость предварительно напряженных (поперечных) сечений равна:

$$D_y = 1,02 E_\sigma \frac{bh^3}{12} \quad (10)$$

Жесткость продольных сечений, армированных ненапрягаемой арматурой, равна жесткости обычных железобетонных покрытий:

$$D_x = \frac{E_a F_a}{\psi_a} \left( h_0 - \frac{x}{3} \right) (h_0 - x) \quad (11)$$

Для плит с различной жесткостью (одноосно обжатых) максимальный изгибающий момент при центральном нагружении принимается различным для продольных и поперечных сечений. Для поперечных сечений (предварительно напряженных) имеем:

$$M_{\max}^u = M_x = k_x \left( M_1 + \sum_2^N M_{x(y)}^i \right) \quad (12)$$

Для продольных сечений, армированных ненапрягаемой арматурой:

$$M_{\max}^u = M_y = k_y \left( M_1 + \sum_2^N M_{x(y)}^i \right) \quad (13)$$

где:

$k_x$  и  $k_y$  – коэффициенты, учитывающие перераспределение внутренних усилий в ортотропной плите.

Значения  $k_x$  и  $k_y$  принимают в зависимости от отношения жесткостей  $D_y/D_x$ .

Для предварительно напряженных сечений предельный изгибающий момент определяют с учетом потерь напряжения арматуры от усадки бетона, релаксации стали от возможного изменения температуры в период между натяжением арматуры на упоры и бетонированием, а также от действия сил трения, возникающих при температурных деформациях плит.

Предельный изгибающий момент для предварительно напряженных сечений определяют по предельному состоянию, соответствующему стадии образования трещин, с учетом работы бетона в растянутой зоне:

$$M_{np} = m \left[ (R_{тн} - \sigma_{ст}) W_0 k_u + M_{оо}^a \right] \quad (14)$$



$R_{ан}$  – расчетное сопротивление арматуры растяжению;  
 $\rho'$  – допускаемое отклонение величины предварительного напряжения арматуры, принимаемое по нормативным данным;  
 $\sigma_n$  и  $\sigma'_n$  – потери предварительного напряжения, соответственно, в нижней и верхней арматуре;

$$\sigma_n = \sigma'_n = \sigma_y + \sigma_p + \sigma_{пл} \quad (18)$$

$\sigma_y$ ,  $\sigma_p$  и  $\sigma_{пл}$  – потери предварительного напряжения арматуры от усадки бетона, релаксации напряжений и от ползучести бетона, определяемые по нормативным данным.

Предварительное напряжение в бетоне равно:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_0 F}{bh} > \sigma_{min} \quad (19)$$

где:  
 $F$  – площадь напрягаемой арматуры;  
 $b$  и  $h$  – ширина и высота сечения плиты.

При армировании плит в поперечном направлении ненапрягаемой арматурой предельный изгибающий момент определяется по известным формулам, как для обычных железобетонных сечений с направленным стержневым армированием.

**Автор:**  
**Горб Александр Михайлович**  
**ЗАО «СК Конкрет Инжиниринг».**  
**Директор.**  
**Советник РАЕ,**  
**член международного**  
**союза экспертов**  
**по строительным**  
**материалам, системам**  
**и конструкциям RILEM,**  
**Американского института**  
**бетона ACI**  
**и Британской ассоциации**  
**бетона CS.**

где:  
 $m$  – коэффициент условий работы;  
 $R_{тн}$  – расчетное сопротивление растяжению при изгибе при расчете предварительно напряженных сечений по образованию трещин;

$\sigma_{бр}$  – величина потерь предварительного напряжения в бетоне от трения, принимаемая для монолитных полов равной 0,1 МПа на каждые 10 м длины напрягаемого участка;

$W_0$  – упругий момент сопротивления сечения, равный  $W_0 = bh^2/6$ ;

$K_u$  – коэффициент, учитывающий число приложенных нагрузок;

$M_{об}$  – момент равнодействующей усилий в нижней и верхней напрягаемой арматуре относительно оси, нормальной к плоскости изгиба через ядровую точку, наиболее отдаленную от зоны сечения, трещинообразования которой проверяют исходя из условия:

$$M_{об}^a = m_t (F_n \sigma_n + F'_n \sigma'_n) (r_n \pm e_0) \quad (15)$$

где:  $m_t$  – коэффициент точности натяжения арматуры;

$F_n$  и  $F'_n$  – площади сечения напрягаемой арматуры, расположенной в растянутой и сжатой зонах сечений;

$\sigma_n$  и  $\sigma'_n$  – предварительное напряжение в напрягаемой арматуре;

$r_n$  – расстояние от ядровой точки до центра тяжести сечения (для прямоугольных сечений  $r_n = h/6$ );

$e_0$  – эксцентриситет приложения равнодействующей усилий в напрягаемой арматуре относительно центра тяжести сечения (знак «плюс» перед  $e_0$  принимают в тех случаях, когда точка приложения равнодействующей усилий в напрягаемой арматуре и рассматриваемая зона сечения находятся по одну сторону от горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести сечения, и знак «минус», когда они находятся по разные стороны от оси);

$$e_0 = \frac{F_n \sigma_n Y_n - F'_n \sigma'_n Y'_n}{N_0} \quad (16)$$

$$N_0 = F_n \sigma_n + F'_n \sigma'_n$$

$Y_n$  и  $Y'_n$  – расстояние от горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести сечения до верхней и нижней арматуры;

$$\sigma_n = \sigma_0 - \sigma_{п1}; \quad \sigma'_n = \sigma'_0 - \sigma'_{п1} \quad (17)$$

$\sigma_0$  и  $\sigma'$  – предварительное напряжение (без учета потерь), соответственно, в нижней и верхней арматуре принимаемое равным:

для стержневой арматуры:

$$\sigma_0 = \sigma'_0 = R_{ан} - \rho'$$

для арматуры из высокопрочной проволоки и прядей:

$$\sigma_0 = \sigma'_0 = 0,8 R_{ан} - \rho'$$

