ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКЦИЙ ПОЛОВ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ

Эксплуатационная надежность конструкций промышленных полов определяется совокупностью различных факторов, и в том числе во многом зависит от качества принимаемых проектных решений. Однако необходимо отметить, что существующие методы проектирования, определенные действующими нормативами, устарели и требуют корректировки. В частности, рекомендуемые нормами табличные методы определения расчетных коэффициентов постели грунтов основания, значения которых часто являются определяющими, не учитывают наличие в пределах деформируемой толщи многослойного основания в виде грунтов с различными прочностными и деформационными свойствами. Многочисленные публикации на данную тему в основном относятся к исследованию и корректировке существующих моделей основания, применимых для расчета фундаментных конструкций, которые имеют существенные отличия от конструкций промышленных полов с точки зрения строительной механики. Рассмотрение данной темы является весьма актуальным, учитывая существование различных теоретических представлений о работе грунтового основания под нагрузкой, а также основывающихся на численных методах различных программных продуктов, разработанных авторами, не до конца понимающими предмет исследования. В связи с этим авторами статьи был выполнен анализ существующих моделей основания и методов расчета конструкций полов, а также предложен вариант определения эквивалентного коэффициента постели многослойного основания аналитическими (формульными) методами.

А. М. Горб,
ЗАО «СК Конкрит Инжиниринг»;
Советник РАЕ;
И. А. Войлоков,
ГОУ «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

С точки зрения строительной механики конструкции полов в общем случае являются многослойными системами, рассматриваемыми в виде бесконечной гибкой многослойной плиты, опирающейся на многослойное упругое полупространство. Передача давления, осадка и сжатие отдельных слоев многослойных систем в основном зависят от толщин отдельных слоев, их модулей упругости и коэффициентов объемного расширения.

При анализе вариантов конструкций полов обоснованной является оценка напряженно-деформируемого состояния (НДС) конструкции в соответствии с решениями теории упругости. Однако, чтобы подчеркнуть, что теория упругости применяется с оговорками, принято говорить о работе грунта не как об упругой среде, а как о линейно-деформируемой среде; по той же причине термин «модуль упругости» заменяется термином «модуль деформации». НДС данных конструкций формируется в результате воздействия эксплуатационных нагрузок, возникающих в связи с этим напряжений и деформаций рассматриваемой плиты совместно с подстилающим ее упругим (упруго-пластичным) грунтовым основанием.

Величина возникающих напряжений и деформаций зависит от степени сжимаемости и однородности слоев грунтового основания, жесткости конструкции несущей плиты, качества строительных работ и исследования грунтов, а также от величин интенсивности и месторасположения нагрузок. Общепризнанна сложность определения НДС данной многослойной системы.

Решения по конструкциям плит полов, лежащим с точки зрения строительной механики на упругом основании, относятся к классу трудно формализуемых задач, и одной из причин этого является то, что грунт представляет собой разнородную и слабоизученную с точки зрения геомеханики среду. Физически грунтам основания присущи свойства «очень вязкой жидкости», описываемые известными уравнениями математической физики. Кроме этого, в отличие от жестких или полужестких (с точки зрения теории упругости) конструкций плитных фундаментов плита пола является гибкой конструкцией, в результате взаимодействия которой со сжимаемым основанием возникают прогибы от действия произвольно расположенных сосредоточенных сил, соизмеримые с прогибами контактирующей поверхности грунта. При этом возникает необходимость определения этих прогибов, сравнения их с допустимыми величинами, расчета значений действующих изгибающих моментов для определения толщины и армирования плиты, а также оценки возможного трещинообразования.

Прогибы (вертикальные деформации) плиты описываются известным бигармоническим дифференциальным уравнением с частными производными для изгиба средней плоскости плиты жесткостью D под нормальной к ее поверхности внешней нагрузкой q (x, y):

$$D\left(\frac{d^4\omega}{dx^4}+2\cdot\frac{d^4\omega}{dx^2dy^2}+\frac{d^4\omega}{dy^4}\right)=$$

$$=q(x,y)-p(x,y) \qquad (1)$$

где: p(x, y) – нормальная реакция основания.

Для случая симметричного нагружения плиты относительно расчетного центра, к которому относятся нагрузки на полы от технологического оборудования, необходимо рассматривать вместо решения уравнения (1) в частных производных для прямоугольной плиты решение для круглой бесконечной плиты с осевой симметрией. В этом случае прогибы плиты зависят только от одного переменного – расстояния от центра симметрии (как правило, расчетного центра нагрузок) до рассматриваемого сечения, то есть появляется возможность решения данного уравнения более простым способом (в полярных координатах). Решение этого уравнения в данном случае упрощается: вместо достаточно сложного для практического решения задач уравнения (1) с частными производными решается обыкновенное дифференциальное уравнение с двумя неизвестными функциями:

$$D\left(\frac{d^4Y}{dr^4}+\frac{2}{r}\cdot\frac{d^3Y}{dr^3}-\frac{1}{r^2}\cdot\frac{d^2Y}{dr^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{r^3}\cdot\frac{dY}{dr}\right)=q(r)-KY \qquad (2)$$

Задача всякой модели основания состоит в том, чтобы отыскать второе уравнение, связывающее эти функции. Наиболее простым решением явилось предположение, по аналогии с законом Гука, о прямой пропорциональности между этими величинами, получившее название **гипотезы Фусса–Винклера:**

$$p = k \cdot w \qquad (3)$$

где:

k – коэффициент пропорциональности (так называемый коэффициент постели);

w – компонента перемещения.

Развитие этой гипотезы получило широкое распространение в инженерной практике, и уточняющие ее положения активно развивались до начала 30-х годов прошлого века. За это время выявились слабые стороны этой гипотезы, а именно предположение о наличии осадок грунта за пределами загруженной площади. Поэтому именно в 30-е годы началась разработка новой модели, представлявшей основание в виде упругого полупространства. Эта модель была предложена независимо К. Викхардом и Г. Э. Проктером. Бигармоническое уравнение изгиба плиты заменялось при этом более сложной интегральной зависимостью, вытекавшей из формулы Буссинеска:

$$\omega(x,y)=\frac{2\cdot(1-\upsilon_0^2)}{E_0}\iint_F\frac{p(x',y')dx'dy'}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} \qquad (4)$$

Новая теория устранила недостатки, присущие теории Винклера, в расчетные формулы стали входить более понятные величины – модуль деформации E_0 и коэффициент Пуассона v_0, но решение конкретных задач по новой теории стало более сложным, т. к. дифференциальное уравнение для прогибов, получаемое из соотношений (1) – (3), превратилось в достаточно более сложное интегродифференциальное. В самом деле, из формулы (1), следует, что:

$$p(x,y)=p_1(x,y)+p_2(x,y) \qquad (5)$$

Подставляя это выражение в (4) получаем:

$$\omega(x,y)=\frac{2D(1-\upsilon_0^2)}{E_0}\cdot\iint\frac{\Delta\Delta\,\omega(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}}\times$$

$$\times\, dx'dy'=\frac{2\cdot(1-\upsilon_0^2)}{E_0}\iint_F\frac{p(x',y')dx'dy'}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}} \qquad (6)$$

Недостатки данной модели основания не исчерпывались только математическими трудностями. Предположение о деформируемости основания на бесконечную глубину вызывало завышенные значения осадок при расчете сооружений, что приводило к перерасходу строительных материалов. В тех случаях, когда по технологическим требованиям необходимо было обеспечить весьма малую разность осадок соседних областей плиты, например при расчете полов и фундаментов для объектов точного машиностроения, расчет давал явно нереальную толщину фундаментов и полов здания.

Обойти эту трудность позволила модель основания в виде упругого слоя, подстилаемого несжимаемой толщей. Для этой модели зависимость между напряжениями и деформациями имеет более общий вид:

$$\omega(x,y)=\iint_F K(x-x',y-y',h)\times$$

$$\times\, p(x',y')dx'dy' \qquad (7)$$

Решение задачи об осадке поверхности упругого слоя толщиной h для точки с координатами (x, y), нагруженной сосредоточенной силой в точке (x', y') было получено Маргерром в 1933 г.

Модель упругого слоя в математическом отношении является более общей, чем модель упругого полупространства. Поэтому положительные стороны модели упругого полупространства целиком присущи и модели упругого слоя. Использование модели упругого слоя позволило «снизить» расчетные значения усилий и особенно деформаций в конструкциях на упругом основании.

Однако введение упругого слоя еще более усугубило математические трудности теории, т. к. ядро интегродифференциального уравнения стало еще более сложным. Поэтому часть исследователей пошла по другому пути в создании модели основания – по пути совершенствования гипотезы Винклера. П. Л. Пастернак предложил учесть сопротивление поверхности основания сдвигу в поперечном направлении. М. И. Филоненко–Бродич предложил так называемую мембранную и ламинарную модели, где «винклеровские» независимые пружины дополняются нерастяжимой нитью с постоянной горизонтальной проекцией натяжения T, помещаемой поверх пружин (в пространственном случае нить заменяется мембраной). Необходимо отметить, что дифференциальное уравнение поверхности мембраны, поддерживаемой пружинами, было приведено раннее Т. Карманом:

$$Kw - T\,\nabla^2 w = -\,q\,(x,y) \qquad (8)$$

Наконец В. З. Власов рассмотрел в качестве основания упругий слой весьма малой толщины, сделав при этом ряд упрощающих предположений, приняв, в частности, что горизонтальные перемещения внутри слоя равны нулю, а вертикальные – линейно убывают с глубиной, обращаясь в ноль на нижней границе упругого слоя.

Несмотря на внешние различия подходов, все три исследователя пришли к замене выражения (1) выражением:

$$p = k_1 w - k_2 \Delta w \qquad (9)$$

Последнее слагаемое в правой части этого равенства выражает сопротивление основания сдвигу в вертикальном направлении, моделируемое каждым из авторов по-своему. Коэффициент k_2 в литературе часто называют вторым коэффициентом постели, а соотношение (9) – гипотезой двух коэффициентов постели или моделью Пастернака. Ясно, что, положив $k_2 = 0$, т. е. пренебрегая работой основания на сдвиг (для случая несвязанных и малосвязанных переувлажненных грунтов), мы снова возвращаемся к гипотезе Винклера.

Однако модель с двумя коэффициентами постели в отличие от винклеровской дает возможность предсказать прогибы плиты ограниченной жесткости при равномерном нагружении, а также осадки поверхности основания за пределами площади опирания плиты. По мере удаления от края плиты осадки, вычисленные по пастернаковской модели, затухают гораздо быстрее, чем в соответствии с моделью упругого полупространства. То, что в действительности размер «осадочной воронки» («чаши прогиба») гораздо меньше, чем следует из модели упругого полупространства, подтверждается опытными данными и часто является главным аргументом в пользу замены этой модели моделью с двумя коэффициентами постели (9). Однако, как показал К. Е. Егоров, уменьшение расчетного размера осадочной воронки можно получить и при помощи модели упругого слоя, причем чем меньше толщина слоя, тем меньше и этот размер.

Недостатком пастернаковской модели является то, что расчет по ней дает кроме распределенной по всей площади плиты реакции грунтового основания дополнительную сосредоточенную погонную реакцию по внешнему контуру плиты. С принципиальной точки зрения решение задачи о такой плите становится некорректным. Однако В. З. Власов в своей монографии показал, что ошибка в расчетных усилиях, вытекающая из такой некорректности задачи, практически невелика.

Экспериментальное определение обоих коэффициентов постели и использование найденных значений в расчете прямоугольной плиты на упругом основании показали, что в тех реальных пределах, в которых меняется величина k_2, она практически не оказывает влияния на значения расчетных усилий в плите. Если учесть недостаточную надежность методики определения второго коэффициента постели, то следует признать, что **вопрос об использовании в расчетах конструкций полов модели с двумя коэффициентами постели представляет интерес лишь с теоретической точки зрения**.

Несмотря на разнообразие применяемых в отечественной и мировой инженерной практике методов определения жесткости основания, общепризнанны две основные модели, которые с некоторыми допущениями возможно использовать для рассмотрения поведения грунтов под нагрузкой:

Модель местных упругих деформаций (модель Фусса–Винклера), согласно которой конструкция (плита или балка) прогибается под действием вертикальной силы прямо пропорционально этой силе без передачи сдвиговых усилий соседним участкам, находящимся вне нагруженных зон, и реактивное напряжение в каждой точке поверхности контакта прямо пропорционально осадке поверхности основания в той же точке.

Модель упругого полупространства, при которой считается, что при действии вертикальной нагрузки поверхность грунта оседает как в пределах площади загрузки, так и за ее пределами. Грунт основания рассматривается как линейно деформируемая среда, подчиняющаяся решениям механики сплошных сред. Модуль упругости заменяется понятием «модуль общей деформации», а нагрузка, действующая на поверхность полупространства, создает непрерывный и нечетко ограниченный прогиб.

Концепция винклеровской модели предполагает, что плита является уравновешенным однородным изотропным упругим телом, а также, что грунтовое основание имеет реакцию только в вертикальном направлении, пропорциональную прогибам плиты. Считается, что грунт является упругой средой, где упругость определяется усилием, распределенным по единице площади и создающим прогиб, равный единице, названным «коэффициентом постели». Коэффициент постели равен величине нагрузки на единицу площади, вызывающей единичный прогиб, измеряемый в Н/мм³. Другими словами, грунтовое основание можно рассматривать как ряды близко расположенных, но независимых упругих пружин, имеющих определенную жесткость (упругость). Таким образом, коэффициент постели приравнивается к коэффициенту упругости пружин и является мерой жесткости грунта.

На практике реакция реального грунтового основания занимает промежуточное положение между этими двумя моделями, но винклеровская модель считается более предпочтительной для расчета неограниченных по ширине плит полов, лежащих на **упруго-пластичном грунтовом** основании. Одним из важных отличий между этими моделями применительно к конструкциям полов является то, что при действии нагрузок на край или угол нагруженной плиты она согласно винклеровской модели прогибается без деформации смежной ненагруженной плиты, а согласно упругой модели – обе плиты прогибаются вместе.

Методик определения жесткостных характеристик многослойного основания для винклеровской и пастернаковской моделей очень много, и их количество приближается к количеству исследователей.

В последнее десятилетие появились компьютерные расчетные программы, основанные на методах МКЭ, МКР, МГЭ, позволяющие достаточно точно численными методами моделировать напряженно-деформированное состояние конструкций, в том числе и гибких. Однако сложность для пользователей заключается в правильности задания нагрузок и назначении расчетной модели. Пожалуй, наиболее продвинутой моделью в настоящее время является представление грунтового массива в виде конечно-элементной модели, учитывающей разнородность грунта (наличие грунтовых слоев с различными свойствами) и нелинейные зависимости между напряжениями и деформациями, основанные на той или иной теории прочности, например, теории Кулона:

– для плоского напряженного состояния:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)\cdot 2 \le \sin(\varphi)\times \times(\sigma_1 + \sigma_3)\cdot 2 + R_c \qquad (10)$$

– для объемного (трехмерного) напряженного состояния:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)\cdot 2 \le \sin(\varphi)\times \times(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)\cdot 3 + R_c \qquad (11)$$

при $R_s \times tg(\varphi) < R_c$

где: σ_1, σ_2, σ_3 – главные напряжения;
R_c – напряжение сдвига;
φ – угол внутреннего трения;
R_s – предельное напряжение при растяжении.

Такая модель громоздка даже для современных программных комплексов, т. к. размеры грунтового массива должны приниматься достаточно большими с тем, чтобы характер граничных условий по области, учитывающий этот массив, не оказывал существенного влияния на НДС рассчитываемой конструкции (согласно принципу Сен-Венана). Поэтому часто используются одноконстантная модель Винклера (коэффициент постели С1) или двухконстантная модель Пастернака (коэффициент постели С1 и коэффициент сдвига С2). Безусловно, такие модели являются очень упрощенными, поэтому требуют введения ряда предпосылок. Этим объясняется наличие большого количества методик по определению С1 и С2, обосновываемых их авторами результатами натурных наблюдений, которые изначально не могут быть корректными из-за большой разнородности характеристик грунтов.

Можно выделить два основных подхода, лежащих в основе многочисленных методик по определению С1 (С2, как правило, определяется как функция от С1).

1-й подход:

В основе лежит расчет С1 через усредненный модуль деформации и коэффициент Пуассона всех слоев грунта, входящих в сжимаемую толщу, т. е.:

$$E_0 = \frac{\sum_1^n H_i \cdot \sigma_{z,i}}{\sum_1^n \left(\frac{H_i \cdot \sigma_{z,i}}{E_i}\right)} \qquad (12)$$

$$v_0 = \frac{\sum_1^n v_i \cdot h_i}{H_c} \qquad (13)$$

где: σ_i – дополнительное вертикалное напряжение на глубине Z в i-том подслое;
h_i, E_i – толщина и модуль деформации i-того слоя;
n – количество слоев грунта;
H_c – глубина сжимаемой толщи;
μ_i – коэффициент Пуассона i-того слоя;
υ_0, E_0 – осредненные коэффициент Пуассона и модуль деформации грунта в пределах сжимаемой тощи.

Определение коэффициента постели (С1) производится на основании задачи теории упругости для осадок слоя ограниченной толщины, лежащего на несжимаемом (скальном) основании. Решение задачи, полученное по теории упругости, в случае, если упругий слой конечной толщины может без трения перемещаться по горизонтальной плоскости поверхности скалы, приводит к формуле осадок:

$$S = \frac{1}{E_0}\cdot p\cdot(1 - 2v_0^2) \qquad (14)$$

где: p – давление на грунт.

В случае отсутствия перемещения упругого слоя по поверхности скалы:

$$S = \frac{p\cdot(1-v_0)\cdot(1-2\cdot v_0)\cdot H_c}{(1-v_0)\cdot E_0} \qquad (15)$$

Указанные соотношения полностью совпадают с формулой Винклера, если заменить S (осадки) на y (прогибы) и считать, что:

$$C1 = \frac{P}{S} \qquad (16)$$

Исходя из этого получаем (для трехмерной задачи):

$$C1 = \frac{E_0}{(1 - 2\cdot v_0^2)\cdot H} \qquad (17)$$

и

$$C1=\frac{(1-\nu_0)\cdot E_0}{(1+\nu_0)\cdot(1-2\cdot\nu_0)\cdot H} \quad (18)$$

2-й подход:

В основе данного подхода лежит выражение:

$$C1=\frac{P}{S_{общ}} \quad (19)$$

где: P – давление поверхности грунта; $S_{общ}$ – полная осадка сжимаемой толщи грунта.

Осадка при этом, определяется по формуле:

$$S_{общ}=\beta\cdot\sum_{i=1}^{n}\left[(\sigma_{zp,i}\cdot h_i)/E_i\right] \quad (20)$$

где: $S_{общ}$ – условно соответствует величине вертикальных деформаций ε_z, определяемых исходя из обобщенного закона Гука для заданного интервала напряжений:

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E_0}\cdot\left[\sigma_z-\nu_0\cdot(\sigma_x+\sigma_y)\right]$$

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E_0}\cdot\left[\sigma_x-\nu_0\cdot(\sigma_z+\sigma_y)\right] \quad (21)$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E_0}\cdot\left[\sigma_y-\nu_0\cdot(\sigma_x+\sigma_z)\right]$$

Учитывая, что сосредоточенные нагрузки на полы приводятся к эквивалентным равномерно-распределенным, и плита пола является сплошной, работая в условиях компрессионного сжатия ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$), получаем:

$$\sigma_x=\sigma_y=\frac{\nu_0}{1-\nu_0}\cdot\sigma_z \quad (22)$$

Тогда из вышеуказанных формул следует, что осадка грунта при действии на поверхности напряжения σ_z, направленного по оси «Z», равна:

$$\varepsilon_z=\frac{\sigma_1}{E}\cdot(1-\frac{2\cdot\nu_0^2}{1-\nu_0})=\frac{\sigma_1}{E}\cdot\beta \quad (23)$$

Для расчета эквивалентного коэффициента постели многослойного основания приведем значения сосредоточенных нагрузок (P_i), действующих на полы, к эквивалентной равномерно-распределенной нагрузке $P_{экв.}$, действующей с напряжением $\sigma_{z,p}$ на поверхности грунта, и определим глубину сжимаемой толщи по критерию:

$$\sigma_{z,p}=0{,}5\cdot\sigma_{z,q} \quad (24)$$

где: $\sigma_{z,p}$ – напряжение, действующее на поверхности полупространства; $\sigma_{z,q}$ – вертикальное напряжение от собственного веса грунта.

Расчетное значение осадки многослойного основания определим по схеме линейно-деформируемого полупространства по формуле:

$$S=\sum m_{V,i}\cdot\sigma_{zp,i}\cdot H_i \quad (25)$$

где: $m_{V,i}$ – коэффициент относительной сжимаемости слоя, определяемый из соотношения:

$$m_{V,i}=\cdot\frac{1}{E_i}\cdot\left[1-\left(\frac{2\cdot\upsilon_{0,i}^2}{1-\upsilon_{0,i}}\right)\right] \quad (26)$$

где: $\sigma_{zp,i}$ – вертикальное напряжение, действующее в i-том слое грунта и определяемое по формуле:

$$\sigma_{zp,i}=\sigma_{p,0}\cdot\alpha \quad (27)$$

где: α – коэффициент «затухания» напряжений, определяемый заменой криволинейной эпюры рассеивания напряжений, рассчитанной по формуле Буссинеска, на треугольную, достаточно точную с точки зрения инженерной практики.

$$\alpha=\frac{z_{i,0(i+1)}}{H_c} \quad (28)$$

где: $z_{i,0(i+1)}$ – расстояние от точки, соответствующей глубине сжимаемого слоя H_c до середины рассматриваемого слоя:

$$z_{i,0}=H_c-H_i\cdot 0{,}5 \quad (29)$$

Итого полную осадку слоя можно представить в виде соотношения:

$$S_{общ}=\frac{1}{\kappa}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{E}\cdot\left[1-\left(\frac{2\cdot\upsilon_{o,i}^2}{1-\upsilon_{0,i}}\right)\right]\times$$

$$\times\sigma_{p,0}\cdot\left[\frac{Z_i^*\cdot H_c-0.5\cdot H_i}{H_c}\right]\cdot H_i \quad (30)$$

где: k – коэффициент условий работы основания, принимаемый для плит полов равным 1,5 ввиду их размеров (более 10 м).

Наиболее простым и достаточно обоснованным (по соответствию поведения грунтового основания под нагрузкой) является 2-й подход к методике расчета коэффициента постели C1. На основании выведенных формул и соотношений можно сделать вывод о том, что коэффициент постели многослойного основания зависит от деформативных свойств всех слоев грунта, входящих в сжимаемую толщу, и «вклад» каждого слоя зависит от удаленности этого слоя от поверхности полупространства. Однако значение поверхностных слоев грунта, залегающих непосредственно под плитой пола, не стоит преувеличивать. При действии длительных нагрузок в работу включаются все слои грунта в пределах сжимаемой толщи, в том числе имеющиеся жесткие подстилающие слои, и влияние каждого из них необходимо рассматривать дифференцированно, в зависимости от модулей их деформации (упругости), глубины залегания и мощности.

Особым случаем могут служить кратковременные динамические воздействия, например от перемещения грузоподъемного транспорта. В этом случае целесообразно использовать динамические значения модулей деформаций (упругости) грунта и модели грунтов, более полно отражающие распределительные свойства массива грунта, например, модель упругого полупространства. В условиях нагружения вблизи температурно-усадочных швов и учитывая возникающие явления коробления, следует рассматривать плиту пола как полубесконечную прямоугольную пластину, нагруженную сосредоточенной силой при неполном контакте с основанием. В этих случаях, как показали исследования, действующие изгибающие моменты могут увеличиваться на 15–20%.

Авторы:
А.М. Горб,
директор
ЗАО «СК Конкрит Инжиниринг»,
советник РАЕ,
член международного союза
экспертов по строительным
материалам, системам
и конструкциям RILEM,
Американского института
бетона ACI и Британской
ассоциации бетона CS
И.А. Войлоков,
доцент кафедры ТОЭС ГОУ СПб ГПУ

Список литературы:

1. Власов В. З. Строительная механика тонкостенных пространственных систем. Госстройиздат, 1949 г.
2. Власов В. З, Леонтьев Н. Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. Госстройиздат, М., 1949 г.
3. Егоров К. Е. Распределение напряжений и перемещений в основании конечной толщины. Сборник трудов НИИОСП. Механика грунтов, № 34, 1958 г.
4. Манвелов Л. И. «Расчет балок на упругом основании с двумя коэффициентами постели». Труды НИАИ ВВС, выпуск № 56, 1956 г.
5. Проктер Г. Э. «Об изгибе балок, лежащих на сплошном упругом основании без гипотезы Винклера - Циммермана». Дипломная работа в Петроградском технологическом институте, 1922 г.
6. Пастернак П.Л. «Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи 2-х коэффициентов постели». Госстройиздат. М. Л., 1954 г.
7. Филоненко - Бродич М. М. «Некоторые приближенные теории упругого основания». Ученые записки МГУ, выпуск № 46, 1940 г.
8. Marguerre K. Spannungsverteilung und Wellenausbreitung in der continuierlich gestutzen Platten. Ingenieur Archiv, v. IV 1933.
9. Wieghardt K. Balken aufnachgiebiger Unterlage. Zeit-schrift fur Match. und Phys. v.2, 1922.
10. Vinkler E. die Lehre von der Elastizetat und Festigkeit, 1867.